BREVET BLANC – Corrigé
Mars 2010

PARTIE NUMÉRIQUE

Exercice 1

1) $A = \frac{7}{5} + \frac{9}{5} \div \frac{6}{7}$

$A = \frac{7}{5} + \frac{3 \times \cancel{3}}{5} \times \frac{7}{\cancel{3} \times 2}$

$A = \frac{14}{10} + \frac{21}{10}$

$A = \frac{7 \times \cancel{5}}{2 \times \cancel{5}}$

$\boxed{A = \frac{7}{2}}$

2) $B = \frac{2 \times 10^{-13} \times 9 \times 10^{20}}{24 \times 10^{15}}$

$B = \frac{\cancel{2} \times \cancel{3} \times 3}{\cancel{2} \times \cancel{3} \times 4} \times \frac{10^7}{10^{15}}$

$B = 0{,}75 \times 10^{-8}$

$\boxed{B = 7{,}5 \times 10^{-9}}$

3) $C = \sqrt{12} + 4\sqrt{75} - 6\sqrt{48}$

$C = \sqrt{4 \times 3} + 4\sqrt{25 \times 3} - 6\sqrt{16 \times 3}$

$C = 2\sqrt{3} + 4 \times 5\sqrt{3} - 6 \times 4\sqrt{3}$

$C = 2\sqrt{3} + 20\sqrt{3} - 24\sqrt{3}$

$\boxed{C = -2\sqrt{3}}$

Exercice 2

1) $D = 4x^2 - 12x + 9 - (8x^2 - 12x - 2x + 3)$

$D = 4x^2 - 12x + 9 - 8x^2 + 12x + 2x - 3$

$\underline{D = -4x^2 + 2x + 6}$

2) $D = (2x - 3)[(2x - 3) - (4x - 1)]$

$D = (2x - 3)(2x - 3 - 4x + 1)$

$\underline{D = (2x - 3)(-2x - 2)}$

3) On remplace x par -1 dans une des expressions de D, par exemple dans la forme développée.

$D = -4x^2 + 2x + 6$

$D = -4 \times (-1)^2 + 2 \times (-1) + 6$

$D = -4 - 2 + 6$

$D = 0.$

Exercice 3

1) Avec l'algorithme d'Euclide :

$775 = 372 \times 2 + 31$

$372 = 31 \times 12 + 0$

Donc : $\boxed{\text{PGCD}(775,372) = 31}$

2) a) Le PGCD de 775 et 372 étant de 31, le nombre maximal de groupes qu'il pourra faire est **31**.

b) $\frac{775}{31} = 25 \quad \frac{372}{31} = 12$

Il y aura donc **12** choristes hommes et **25** choristes femmes dans chaque groupe.

PARTIE GEOMETRIQUE

Exercice 1

1) Par hypothèse, on sait que :

- les points A, F, B sont alignés
- les points A, G, C sont alignés,
- les droites (FG) et (BC) sont parallèles.

Donc d'après le <u>théorème de Thalès</u> : $\frac{AF}{AB}=\frac{AG}{AC}=\frac{FG}{BC}$.

En remplaçant par les valeurs numériques, on obtient : $\frac{5}{AB}=\frac{4}{6}$

et : $AB=\frac{6\times 5}{4}$

Donc : <u>AB = 7,5 cm</u>.

2)

$$\left.\begin{array}{l}\frac{AF}{AD}=\frac{5}{12,5}=0,4\\ \frac{AG}{AE}=\frac{4}{10}=0,4\end{array}\right\} \text{ donc } \frac{AF}{AD}=\frac{AG}{AE}$$

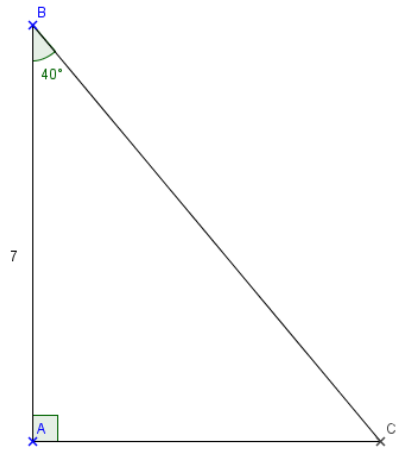
Ainsi, on sait que :

- A, F, D et A, G, E sont alignés <u>dans le même ordre</u>.
- $\frac{AF}{AD}=\frac{AG}{AE}$

Donc d'après la <u>réciproque</u> du théorème de Thalès, <u>les droites (FG) et (DE) sont parallèles</u>.

Exercice 2

1)



2) Dans le triangle ABC rectangle en A, on a :

$$\cos\widehat{ABC}=\frac{AB}{BC}$$

Donc:

$$\cos 40°=\frac{7}{BC}$$
$$BC=7\div\cos 40°$$
$$\underline{BC\approx 9,1\ cm}$$

3) Dans le triangle AHB rectangle en H, on a :

$$\sin\widehat{ABH}=\frac{AH}{AB}$$

Donc:

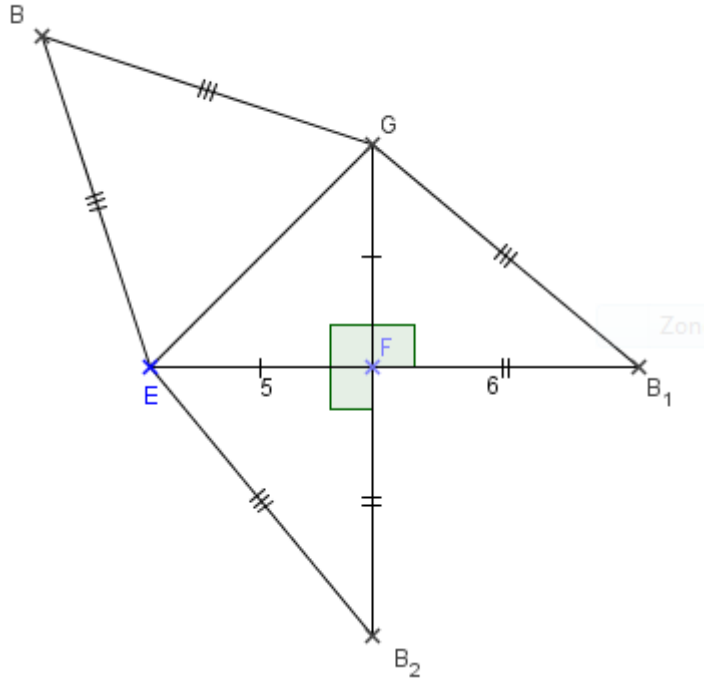
$$\sin 40°=\frac{AH}{7}$$
$$AH=7\times\sin 40°$$
$$\underline{AH\approx 4,5\ cm}$$

Exercice 3

1) Soit $\mathcal{A}(EFG)$ l'aire de la base de la pyramide. Le volume de la pyramide est donné par:

$$V = \frac{1}{3} \times \mathcal{A}(EFG) \times BF$$
$$= \frac{1}{3} \times \frac{25}{2} \times 6$$
$$V = 25\ cm^3$$

2)



PROBLEME

PARTIE I

2)

a) • Dans un triangle isocèle, la hauteur issue du sommet principal est aussi une médiane (et la médiatrice de la base). Elle passe donc par le milieu du côté opposé au sommet principal.
Donc H est le milieu de [BC].

• On en déduit : BH = BC : 2
BH = 10 : 2
BH = 5 cm

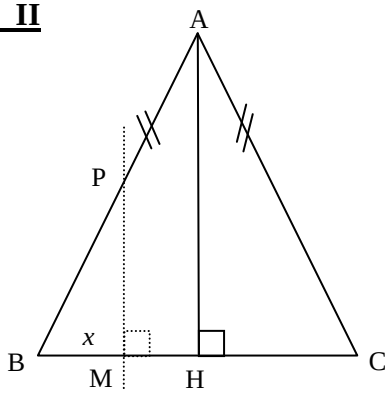
b) Le triangle ABH est rectangle en H, donc d'après le théorème de Pythagore :
$AB^2 = AH^2 + BH^2$
$13^2 = AH^2 + 5^2$
$AH^2 = 169 - 25$
$AH^2 = 144$
$AH = \sqrt{144}$
AH = 12 cm

c) L'aire du triangle ABH est donnée par :

$$\mathcal{A}(ABH) = \frac{AB \times AH}{2}$$
$$= \frac{5 \times 12}{2}$$
$$\mathcal{A}(ABH) = 30\ cm^2$$

PARTIE II

1)



2) (BC) et (AH) sont perpendiculaires, de même que (BC) et (PM).
Or si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième, alors elles sont parallèles entre elles.
Donc (PM) et (AH) sont parallèles.

3) Par hypothèse, on sait que

- les points B, P, A sont alignés,
- les points B, M, H sont alignés,
- les droites (PM) et (AH) sont parallèles.

Donc d'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{BP}{BA} = \frac{BM}{BH} = \frac{PM}{AH}$$

En remplaçant par les valeurs numériques, on obtient :

$$\frac{x}{5} = \frac{PM}{12}$$

Donc :

$$PM = \frac{12}{5}x = 2{,}4x$$

4) L'aire de BMP est donnée par :

$$\mathcal{A}(BMP) = \frac{BM \times MP}{2}$$
$$= \frac{1}{2}x \times \frac{12}{5}x$$
$$= \frac{2{,}4x^2}{2}$$
$$\mathcal{A}(BMP) = 1{,}2x^2$$

PARTIE III

1) $f(2) = 4{,}8$

2) $1{,}2x^2 = 24$
alors : $x^2 = 20$
et : $x = \sqrt{20}$
(car *x* est positif)
Donc $\underline{x = 2\sqrt{5}}$

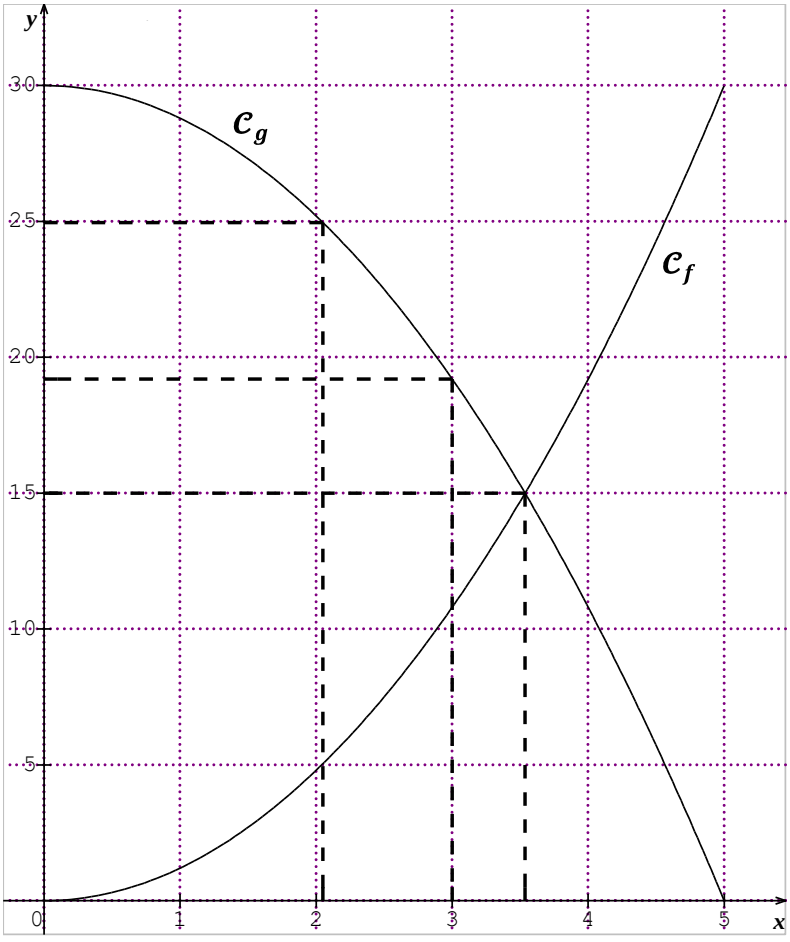
3)

x	0	0,5	1	1,5	2	3	4	5
f(x)	**0**	**0,3**	**1,2**	**2,7**	**4,8**	**10,8**	**19,2**	**30**

PARTIE IV

1) $g(0) = 30$; $g(3) = 19{,}2$.
2) $g(2) \approx 25$
3)

- Si $x = 0$, M et P sont confondus avec B. L'aire du trapèze est donc égale à celle du triangle ABH.
- Si $x = 3$, $BM = 3\ cm$, et l'aire du trapèze est alors égale à 19,2 cm^2.
- L'aire du trapèze est égale à 25 cm^2 lorsque la longueur BM est proche de 2 cm.



PARTIE V

Les deux courbes se coupent en un point d'abscisse environ égale à 3,5. Donc l'aire du triangle BMP est égale à celle du trapèze AHMP lorsque $x \approx 3{,}5\ cm$.