CORRECTION DU BREVET BLANC DE MATHEMATIQUES DU 14/05/08

Activités numériques (12 points).

Exercice 1 : (4 points) QCM

1. $(3x+5)^2 = 9x^2+30x+25$. *($1^{ère}$ identité remarquable)*

2. L'expression qui est égale à 10 si on choisit la valeur x = 4 est $(x+1)(x-2)$. *($(x+1)(x-2)=5\times 2=10$.)*

3.Le nombre qui est solution de l'équation $2x-(8+3x)=2$ est -10.

$(2\times(-10)-(8+3\times(-10))=-20-(8-30)=-20-(-22)=-20+22=2.)$

4. Lorsque ces deux classes sont réunies, il y a 48% de filles dans le groupe.(40% de 30 élèves, ça donne 12 filles en 3A, 60% de 20, ça donne 12 filles en 3B, donc on a 24 filles sur 50 élèves, soit 24%).

Exercice 2 : (3,5 points)

1)

$(-2)+4=2$

$2\times(-2)=-4$

$-4+4=0$

2)

$5+4=9$

$5\times 9=45$

$45+4=49$

3) a) deux essais du même type.

b)

$x=$ nombre entier

1ère étape : $x+4$

2nde étape : $(x+4)\times x$

3ème étape : $(x+4)\times x+4$

$(x+4)\times x+4=x^2+4x+4=(x+2)^2$

4) $(x+2)^2=1$

$(x+2)^2-1=0$

$(x+2+1)(x+2-1)=0$

$(x+3)(x+1)=0$

si un produit est nul alors l'un au moins de ses facteurs est nul.

Donc $(x+3)=0$ ou $(x+1)=0$

Donc x=-3 ou x = -1.

On peut choisir 3 ou –1 au départ pour obtenir 1 comme résultat.

Exercice 3 : (2,5 points)

a)

$A=\frac{7}{5}+\frac{3}{5}\times\frac{11}{6}$

$A=\frac{7}{5}+\frac{3\times 11}{5\times 2\times 3}$

$A=\frac{7}{5}+\frac{11}{10}$

$A=\frac{14}{10}+\frac{11}{10}$

$A=\frac{25}{10}$

$A=\frac{5}{2}$.

b) $B=\frac{2\times 10^{14}\times 12}{3\times 10^{11}}$

$B=\frac{2\times 3\times 4}{3}\times 10^{14-11}$

$B=8\times 10^3$ écriture scientifique.

$B=8000$ écriture décimale.

Exercice 4 : (2 points)

$(3x-1)(3x+3)=0$

si un produit est nul alors l'un au moins de ses facteurs est nul.

Donc $3x-1=0$ ou $3x+3=0$.

Donc $3x=1$ ou $3x=-3$.

Donc $x=\frac{1}{3}$ ou $x=-1$.

Les solutions de l'équation sont $\frac{1}{3}$ et -1.

Activités géométriques (12 points).

Exercice 1 : (5,5 points)

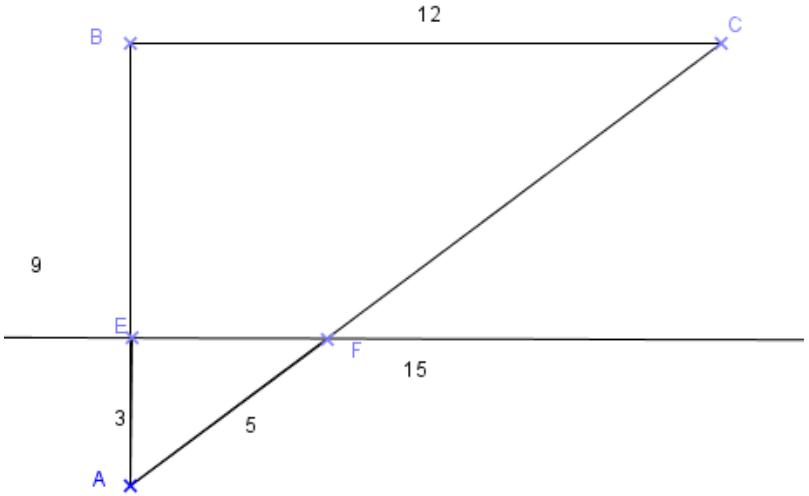
1. a) Dans le triangle ABC, [AC] est le côté le plus long :

$$\begin{cases} AC^2 = 15^2 = 225 \\ AB^2 + BC^2 = 9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225 \end{cases}$$

Donc $AC^2 = AB^2 + BC^2$.

Donc, d'après la propriété réciproque de Pythagore, on peut en conclure que le triangle ABC est rectangle en B.

b) et 2a).(figure à l'échelle)



2) b)

$$\begin{cases} \frac{AE}{AB} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \\ \frac{AF}{AC} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Donc $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$, de plus, les points A, E, B et A, F, B sont alignés dans le mêm ordre, donc d'après la propriété réciproque de Thalès, les droites (EF) et (BC) sont parallèles.

3) On sait que (EF) est parallèle à (BC) (démontré en 2b))et que (AB) est perpendiculaire à (BC)(démontré en 1a)).

Or si deux droites sont parallèles entre elles, alors toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

Donc (AB) est perpendiculaire à (EF).

Donc le triangle AEF est rectangle en E.

Calculons la longueur EF :

Dans le triangle ABC, on a :

- $E \in (AB)$
- $F \in (AC)$
- (EF) est parallèle à (BC)

Donc on peut appliquer le théorème de Thalès :

$\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC}$.

$\frac{3}{9} = \frac{EF}{12}$.

Donc $EF = \frac{3 \times 12}{9} = 4.$

$$\text{Aire}(AEF) = \frac{EF \times EA}{2} = \frac{4 \times 3}{2} = 6cm^2.$$

Remarque : le triangle AEF est une réduction à l'échelle 1/3 du triangle ABC, on peut calculer l'aire de ABC qui vaut 54 cm^2 alors

$$Aire(AEF) = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times Aire(ABC)$$

Exercice 2 : (7,5 points)

1.a) Dans le triangle AHB rectangle en H, on a :

$\sin \widehat{HBA} = \frac{AH}{AB} = \frac{5}{8}$ donc $\text{mes}\widehat{HBA} \approx 38,7°$.

b) Dans un triangle, la somme des mesures des angles vaut 180°.

Donc dans le triangle ABC,

$\text{mes}\widehat{CAB} = 180° - (\text{mes}\widehat{ACB} + \text{mes}\widehat{ABC}) \approx 180° - (51° + 38,7°) \approx 90,3°$

Donc le triangle ABC n'est pas rectangle.

2°) Dans le triangle ABH rectangle en H, on applique le théorème de Pythagore :

$HB^2 = AB^2 - AH^2.$

$HB^2 = 8^2 - 5^2.$

$HB^2 = 64 - 25.$

$HB^2 = 39.$

$HB = \sqrt{39}.$

$HB \approx 6,2$ cm.

3) Dans le triangle AHC rectangle en H, on a :

$\tan \widehat{ACH} = \dfrac{AH}{CH}$ donc $\tan 51° = \dfrac{5}{CH}$ donc $CH = \dfrac{5}{\tan 51°}$ donc $CH \approx 4$cm.

4) $Aire(ABC) = \dfrac{BC \times AH}{2} \approx \dfrac{(4+6,2)\times 5}{2}$ donc $Aire(ABC) \approx 25,5$ cm^2.

1. Dans le triangle DBN rectangle en N on a :

$\cos D\hat{B}N = \dfrac{NB}{DB} = \dfrac{12}{13}$ donc $D\hat{B}N \approx 23°$

Problème (12 points)

Partie A :

$Aire(trapèze) = \dfrac{(grande\ base + petite\ base)\times hauteur}{2} = \dfrac{(15+25)\times 20}{2}$

$Aire(ABCD) = 400$ m^2.

Partie B :

1) * Si GH = 3,2 alors BG = 20-3,2=16,8 m et $\mathcal{M}=8\times 16,8 = 134,4$ m^2.

$134,4 \geq 60$ Donc la condition 1 est vérifiée.

* Si GH = 10 alors BG = 20-10=10 m et $\mathcal{M}=8\times 10 = 80$ m^2.

$80 \geq 60$ Donc la condition 1 est vérifiée.

* Si GH = 13 alors BG = 20-13=7 m et $\mathcal{M}=8\times 7 = 56$ m^2.

$56 \prec 60$ Donc la condition 1 n'est pas vérifiée.

2) * Si GH = 3,2 alors $K = \dfrac{134,4}{400} = 0,336$

$0,336 \succ 0,3$ Donc la condition 2 n'est pas vérifiée.

* Si GH = 10 alors $K = \dfrac{80}{400} = \dfrac{1}{5} = 0,2$

$0,2 \prec 0,3$ Donc la condition 2 est vérifiée.

* Si GH = 13 alors $K = \dfrac{56}{400} = 0,14$

$0,14 \prec 0,3$ Donc la condition 2 est vérifiée.

3) La construction de la maison est autorisée pour GH=10.

Partie C :

1)a- $BG = 20 - x.$

b- $\mathcal{M}=8\times(20-x)$ *donc* $\mathcal{M}=160-8x.$

2) Voir graphique page ci-dessous.

Pour construire la droite d'équation $y=160-8x$:

x	0	20
y	160	0

3) Voir graphique ci-dessous.

a) Pour x=5, l'aire est de 120 m².(pointillés rouges)
b) L'aire de la maison est de 100 m², lorsque x = 7,5 m (pointillés en vert).
c) On a $160-8x \geq 60$ pour. $0 \leq x \leq 12,5$ (pointillés turquoises).

4) On veut que

$$\frac{160-8x}{400} \leq 0,3$$
$$160-8x \leq 0,3 \times 400$$
$$160-8x \leq 120$$
$$160-120 \leq 8x$$
$$40 \leq 8x$$
$$\frac{40}{8} \leq x$$
$$x \geq 5$$

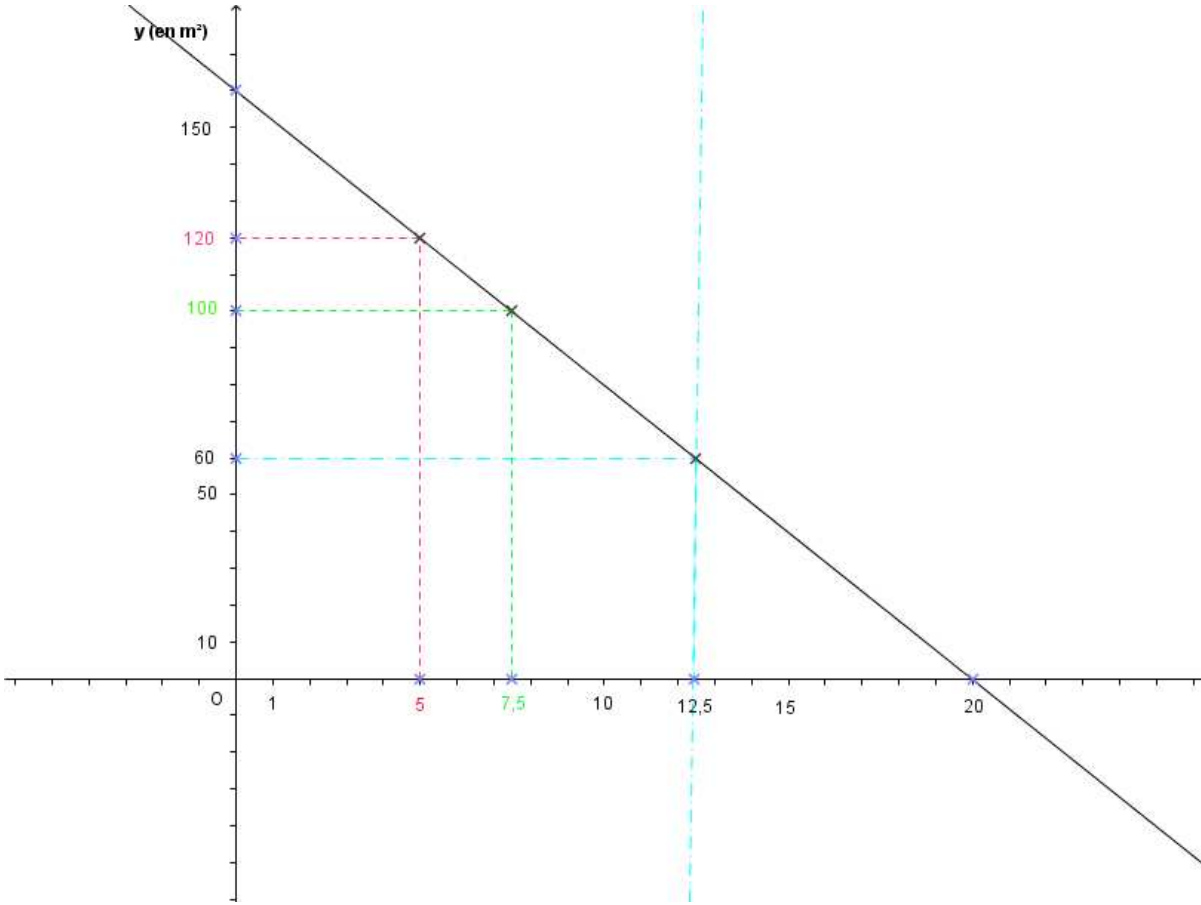
5) D'après la question 3-c, la condition 1 est vérifiée pour a. Pour $0 \leq x \leq 12,5$.

D'après la question 4, la condition 2 est vérifiée pour $x \geq 5$.

Donc les deux conditions sont vérifiées pour $5 \leq x \leq 12,5$.

Partie D :

13 m^3 = 18 000 litres.

$$\frac{18000}{350} \approx 51,4.$$

Donc la bétonnière devra fonctionner 52 fois.